

Aufgaben zum Gaußschen Algorithmus

1.0 Berechnen Sie die Lösungsmenge folgender linearer Gleichungssysteme.

1.1 (I) $4x_1 + 7x_2 + 12x_3 = -5$

(II) $-2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -4$ ☐

(III) $2x_1 + x_2 + 9x_3 = 0$

1.2 (I) $2x_1 + x_2 - x_3 - 2 = 0$

(II) $3x_1 + 2x_2 + x_3 - 0,5 = 0$ ☒

(III) $-x_1 - 2x_2 - x_3 - 4 = 0$

1.3 (I) $x_1 + x_2 + x_3 = 0$

(II) $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0$ ☐

(III) $4x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 0$

1.4 (I) $x_1 = x_3$

(II) $x_2 = -x_1$ ☒

(III) $2x_1 + 4x_2 - 33x_3 = -25$

1.5 (I) $8x_1 - 4x_2 + x_3 = 7$

(II) $-5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 21$ ☐

(III) $-3x_1 + x_2 - 8x_3 = -56$

1.6 (I) $2x_1 - x_2 + x_3 = 1$

(II) $4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1$ ☐

(III) $6x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$

1.7 (I) $3x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 0$

(II) $4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2$ ☐

(III) $-2x_1 + x_2 - x_3 = -1$

2.0 In einem Burgerrestaurant gibt es den Veggieburger (V), den Premiumburger (P) und den Luxusburger (L). Für vier Veggieburger zahlt man so viel wie für einen Premium- und zwei Luxusburger zusammen. Der Luxusburger kostet 2 € mehr als der Premiumburger.
Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf und überprüfen Sie folgende Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt.

2.1 Der Veggieburger kostet 7 €, wenn der Luxusburger 10 € und der Premiumburger 8 € kosten. ☒

2.2 Der Veggieburger kostet 10,50 €, wenn der Luxusburger 12 € und der Premiumburger 10 € kosten. ☒

- 3 Lara, Ben, Alyssa und Enya kaufen für ein Projekt im Kunstunterricht unabhängig voneinander im örtlichen Bastelgeschäft Materialien ein. Lara, Ben und Alyssa wissen noch genau, was sie eingekauft haben.

	Federn	Filzplatten	Perlen
Lara	3	2	1
Ben	3	1	2
Alyssa	3	3	1

Lara hat insgesamt 6,10 € bezahlt, Ben 5,60 € und Alyssa 7,05 €. Enya hat 6,55 € bezahlt und ist sich sicher, dass sie auch drei Federn gekauft hat. Sie weiß allerdings nicht mehr genau, wie viele Filzplatten und Perlen sie gekauft hat. Ihre ältere Schwester Jaqueline war auch in dem Geschäft und hat nun mehrere Filzplatten und Perlen. Sie behauptet, dass alle ihr gehören, so dass Enya leer ausgeht.

Helfen Sie Enya, sich gegen ihre Schwester zu wehren. 

- 4 Im Supermarkt zahlt Anna für 4 Packungen Nudeln, 1 Kiste Limonade und 2 Liter Milch insgesamt 18,30 Euro. Anja zahlt für 3 Packungen Nudeln, 2 Kisten Limonade und 4 Liter Milch 32,65 Euro und Raphaela erhält für 14,90 Euro eine halbe Kiste Limonade, 7 Packungen Nudeln und 3 Liter Milch.

Geben Sie die Preise von einer Packung Nudeln, einer Kiste Limonade und einem Liter Milch an. 

- 5 Eine Studentin der Elektrotechnik benötigt im Rahmen ihrer Abschlussarbeit für den Bau eines Industrieroboters 20 Chips des Typs C_1 , 23 Chips des Typs C_2 und 11 Chips des Typs C_3 .

In dem der Universität am nächsten gelegenen Elektronikfachgeschäft werden diese Chips in drei verschiedenen Packungseinheiten angeboten.

Paket 1 enthält je 2 Chips vom Typ C_1 und C_2 ; Paket 2 ist mit 4 Chips vom Typ C_1 , 5 Chips vom Typ C_2 und 5 Chips vom Typ C_3 bestückt; im Paket 3 sind 6 Chips vom Typ C_1 , 7 Chips vom Typ C_2 und 3 Chips vom Typ C_3 .

Ermitteln Sie die Anzahl der Pakete, die von der Studentin gekauft werden sollten. 

Lösungen

$$1.1 \quad \text{IL} = \left\{ \left(\frac{1}{2} \mid -1 \mid 0 \right) \right\} \qquad 1.2 \quad \text{IL} = \left\{ \left(\frac{9}{4} \mid -\frac{35}{12} \mid -\frac{5}{12} \right) \right\} \qquad 1.3 \quad \text{IL} = \left\{ (0 \mid 0 \mid 0) \right\}$$

$$1.4 \quad \text{IL} = \left\{ \left(\frac{5}{7} \mid -\frac{5}{7} \mid \frac{5}{7} \right) \right\} \qquad 1.5 \quad \text{IL} = \left\{ (0 \mid 0 \mid 7) \right\}$$

$$1.6 \quad x_1 = \frac{1}{5} - \frac{1}{10}x_3; x_2 = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5}x_3 \Rightarrow \text{unendlich viele Lösungen}$$

$$1.7 \quad x_1 = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}x_3; x_2 = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}x_3 \Rightarrow \text{unendlich viele Lösungen}$$

2.1

(I) $4V = P + 2L$

(II) $L = P + 2$

(I) $\Rightarrow 4 \cdot 7 = 8 + 2 \cdot 10 \Rightarrow 28 = 28 \text{ (w)}$

(II) $\Rightarrow 10 = 8 + 2 \text{ (w)}$

Die Aussage ist wahr.

2.2

(I) $4V = P + 2L$

(II) $L = P + 2$

(I) $\Rightarrow 4 \cdot 10,5 = 10 + 2 \cdot 12 \Rightarrow 42 = 34 \text{ (f)}$

(II) $\Rightarrow 12 = 10 + 2 \text{ (w)}$

Die Aussage ist falsch.

3

x_1 : Preis Federn x_2 : Preis Filzplatten x_3 : Preis Perlen

$$(I) \quad 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6,10$$

$$(II) \quad 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5,60$$

$$(III) \quad 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 7,05$$

$$\begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 6,10 \\ 3 & 1 & 2 & 5,60 \\ 3 & 3 & 1 & 7,05 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 6,10 \\ 0 & -3 & 3 & -1,50 \\ 0 & 3 & 0 & 2,85 \end{array} \right)$$

$$(III) \Rightarrow x_2 = 0,95 \quad (II) \Rightarrow x_3 = 0,45 \quad (I) \Rightarrow x_1 = 1,25$$

$$\text{Enya: } 3 \cdot 1,25 = 3,75$$

Enya hat aber 6,55 € bezahlt, also können nicht alle Filzplatten und Perlen ihrer Schwester Jaqueline gehören.

4

x_1 : Preis Packung Nudeln x_2 : Preis Kiste Limonade x_3 : Preis ein Liter Milch

$$(I) \quad 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 18,30$$

$$(II) \quad 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 32,65$$

$$(III) \quad 7x_1 + 0,5x_2 + 3x_3 = 14,90$$

$$\begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 1 & 2 & 18,30 \\ 3 & 2 & 4 & 32,65 \\ 7 & 0,5 & 3 & 14,90 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 1 & 2 & 18,30 \\ 0 & 5 & 10 & 75,7 \\ 0 & -5 & -2 & -68,5 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 1 & 2 & 18,30 \\ 0 & 5 & 10 & 75,7 \\ 0 & 0 & 40 & 36 \end{array} \right)$$

$$(III) \Rightarrow x_3 = 0,90 \quad x_2 = 13,34 \quad x_1 = 0,79$$

Eine Packung Nudeln kostet 0,79 €, eine Kiste Limonade 13,34 € und ein Liter Milch 0,90 €.

5

x_1 : Anzahl Paket 1 x_2 : Anzahl Paket 2 x_3 : Anzahl Paket 3

$$(I) \quad 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 20$$

$$(II) \quad 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 23$$

$$(III) \quad 5x_2 + 3x_3 = 11$$

$$\begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 6 & 20 \\ 2 & 5 & 7 & 23 \\ 0 & 5 & 3 & 11 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 6 & 20 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & 3 & 11 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 6 & 20 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & -4 & -8 \end{array} \right)$$

$$(III) \Rightarrow x_3 = 2 \quad (II) \Rightarrow x_2 = 1 \quad (I) \Rightarrow x_1 = 2$$

Die Studentin sollte zweimal Paket 1, einmal Paket 2 und zweimal Paket 3 kaufen.